

2024년

공부

양을

미친듯이 줄여주는

확률과 통계

!!



인피니트
수학연구소

GR831
수학연구소

2024년
시험대비



종이책 구매하기

300제

[집필진]

이봉우

김종군

김성민

이우준

김지원

남덕우

[검토진]

김재연

문유진

박기쁨

송명석

안병태

이명섭

이태형

최지훈

한문수

황재철



1쇄 발행일

제작

서울시 송파구 올림픽로 135

2024년 02월 05일

인피니트수학연구소

GR831 콘텐츠연구소



목 차

Contents

01	경우의 수	5
02	이항정리	33
03	확률의 뜻과 정의	41
04	확률의 곱셈정리	59
05	이산확률분포	73
06	연속확률분포	83
07	통계적추정	95
	빠른 정답	105
	정답과 해설	110

MEMO

01 경우의 수




유형 1 중복순열

1. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \neq \emptyset$, $A \subset B$ 이 성립하도록 하는 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는?
- ① 57 ② 59 ③ 61
 ④ 63 ⑤ 65

2. 서로 다른 3개의 사물함에 서로 다른 5권의 책을 넣으려고 한다. 빈 사물함이 있는 것을 허용할 때 넣는 경우의 수를 a , 빈 사물함이 없게 넣는 경우의 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하시오. (단, 한 사물함에 여러 권의 책이 들어갈 수 있다.)

3. 1, 2, 3, 4 네 개의 숫자를 중복하여 네 자리의 비밀번호를 만들 때, 1은 연속하여 사용하지 않고 만들 수 있는 비밀번호의 개수는? (단, 네 개의 숫자를 모두 사용할 필요는 없다.)

- ① 216 ② 220 ③ 224
 ④ 228 ⑤ 232

4. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 함수 $f : A \rightarrow A$ 의 개수를 구하시오.

- (가) $f(x)$ 의 최솟값은 2이다.
 (나) $f(x)$ 의 최댓값은 4이다.



5. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 3의 배수가 아닌 자연수의 개수를 구하시오.

6. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는?

- (가) $f(4)$ 는 소수이다.
 (나) $x < 4$ 이면 $f(x) \leq f(4)$ 이다.
 (다) $x > 4$ 이면 $f(x) > f(4)$ 이다.

- ① 3688 ② 3708 ③ 3728
 ④ 3748 ⑤ 3768

7. 집합 $X = \{2, 4, 6, 8, 10, 11\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

- (가) $f(2) = 6$
 (나) 함수 f 의 치역의 모든 원소의 합은 16이다.

- ① 211 ② 212 ③ 213
 ④ 214 ⑤ 215

8. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오.

- (가) $f(1) \times f(4)$ 는 홀수이다.
 (나) $f(1) + f(2) + f(3)$ 은 짝수이다.



01 경우의 수

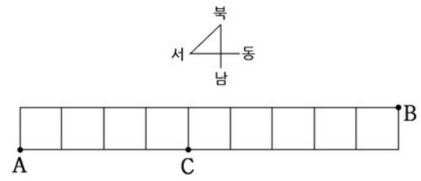
9. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 치역을 A , 합성함수 $f \circ f$ 의 치역을 B 라 할 때, 두 집합 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다. 함수 f 의 개수를 구하시오.

- (가) $n(A) = 3, n(B) = 2$
(나) 집합 A 의 모든 원소의 합이 3의 배수이다.

10. 1, 3, 5, 7에서 중복을 허용하여 3개를 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 합을 $2^a 3^b 37^c$ 이라고 할 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 자연수이다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

11. 그림과 같이 직사각형 모양으로 이루어진 도로망이 있다.



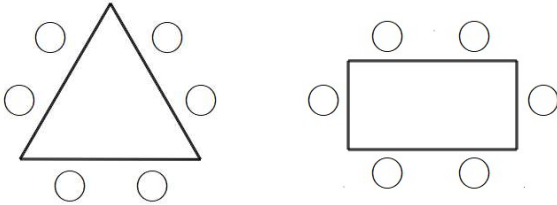
다음 조건을 만족시키면서 A지점을 출발하여 B지점으로 갈 때, 반드시 C지점을 거쳐서 지나가는 경우의 수는?

- (가) 동쪽, 남쪽, 북쪽 방향으로만 길을 따라 갈 수 있지만 서쪽 방향으로 갈 수 없다.
(나) 한 번 지난 길은 다시 지날 수 없다.

- ① 128 ② 380 ③ 384
④ 420 ⑤ 512

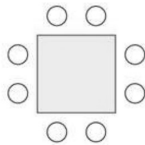

유형 2 원순열 - 기본

- 12.** 6명의 학생이 다음 그림과 같은 정삼각형 모양, 직사각형 모양의 탁자에 둘러앉은 모든 경우의 수를 각각 a , b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.)



- ① 360 ② 420 ③ 480
④ 540 ⑤ 600

- 13.** 그림과 같이 정사각형 모양의 탁자에 배열된 8개의 의자에 A, B, C, D를 포함한 8명의 학생이 앉으려고 한다. A와 B는 탁자의 서로 반대쪽 면에 배열된 의자에 각각 한 명씩 앉고, C와 D 역시 탁자의 서로 반대쪽 면에 배열된 의자에 각각 한 명씩 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 954 ② 956 ③ 958
④ 960 ⑤ 962

- 14.** 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 둘러앉을 때, 3학년 학생의 옆에 적어도 한 명의 1학년 학생이 앉는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

- ① 18 ② 20 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

- 15.** 여학생 3명과 남학생 9명이 원탁에 같은 간격으로 둘러앉으려고 한다. 각각의 여학생 사이에 앉은 남학생의 수는 모두 홀수이다. 12명의 학생이 모두 앉는 경우의 수가 $n \times 9!$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

MEMO

02 이항정리





02 이항정리

유형 1

이항정리 : 일반항 - 기본

98. $\left(\frac{x}{4} + \frac{4}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항과 x^2 의 계수의 곱은?

- ① $\frac{75}{4}$ ② $\frac{79}{4}$ ③ $\frac{83}{4}$
 ④ $\frac{87}{4}$ ⑤ $\frac{91}{4}$

99. 다항식 $(x+1) + (x+1)^2 + (x+1)^3 + \dots + (x+1)^{12}$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

- ① 715 ② 725 ③ 735
 ④ 745 ⑤ 755

100. 다항식 $(1+2x)(1+x)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는?

- ① 19 ② 21 ③ 23
 ④ 25 ⑤ 27

101. $(1+x)^4(1+x^2)^n$ 의 전개식에서 x^4 의 계수가 22일 때, 음이 아닌 정수 n 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5



102. $\left(x - \frac{2}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{2}{x}\right)^3 + \left(x - \frac{2}{x}\right)^4 + \left(x + \frac{2}{x}\right)^5 + \left(x - \frac{2}{x}\right)^6$ 을

전개한 식에서 상수항은?

- ① -188 ② -140 ③ -94
 ④ 132 ⑤ 180

104. $(\sqrt{3} + \sqrt{2}x)^6$ 의 전개식에서 계수가 유리수인 모든 항의 계수의 합은? (단, 상수항은 제외한다.)

- ① 452 ② 455 ③ 458
 ④ 461 ⑤ 464

103. 다항식 $(x + 3a)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 x 의 계수가 같도록 하는 100보다 작은 두 자연수 n, a 의 모든 순서쌍 (n, a) 의 개수는? (단, $n \geq 2$)

- ① 15 ② 16 ③ 17
 ④ 18 ⑤ 19



02 이항정리

유형 2 이항정리 : 일반항 - 실전

105. 20 이하의 자연수 m, n 에 대하여

$$(2^1 \times {}_m C_1 + 2^2 \times {}_m C_2 + 2^3 \times {}_m C_3 + \cdots + 2^m \times {}_m C_m) \\ + (6^1 \times {}_n C_1 + 6^2 \times {}_n C_2 + 6^3 \times {}_n C_3 + \cdots + 6^n \times {}_n C_n)$$

의 값이 10의 배수가 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

- ① 66 ② 69 ③ 72
④ 75 ⑤ 78

106. x 에 관한 다항식 $p(x), q(x)$ 는 다음의 조건을 만족한다.

(가) $p(x) = (x + a^2)^n$, $q(x) = (x^2 - 2a)(x + a)^n$ 이다.
(나) $p(x)$ 와 $q(x)$ 의 x^{n-1} 항의 계수는 서로 같다.

자연수 a, n 에 대하여 $a + n$ 의 값은? (단, $n \geq 4$)

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

107. $f(x-1) = 1 + x + x^2 + \cdots + x^{10}$ 에 대하여

$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots + a_{10} t^{10}$ ($a_0, a_1, a_2, \cdots, a_{10}$ 은 상수)일 때, a_6 의 값을 구하시오.

108. $(2x + 5)^{30}$ 의 전개식에서 계수가 가장 큰 항은 x^k 항이다. 자연수 k 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10


유형 3 이항정리를 이용한 나머지

109. 11^{15} 의 일의 자리의 수를 a , 십의 자리의 수를 b ,
백의 자리의 수를 c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

111. 9^{10} 을 250으로 나눈 나머지는?

- ① 99 ② 100 ③ 101
④ 150 ⑤ 151

110. $11^{2020} + 13^{2020}$ 을 144로 나눈 나머지를 구하시오.



02 이항정리

유형 4 이항정리 - 하키스틱

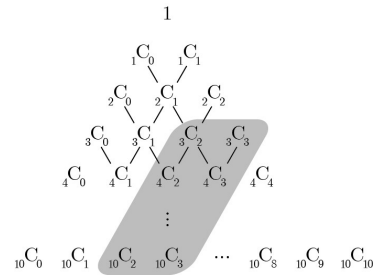
112. $(1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + \cdots + (1+x)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 ${}_{16}C_{13}$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

113. 집합 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3 또는 4인 부분집합의 개수를 a_n 이라 할 때, $a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9$ 의 값은?

- ① 428 ② 439 ③ 450
④ 461 ⑤ 472

114. 다음 파스칼의 삼각형에서 평행사변형의 내부에 있는 모든 수의 합은?



- ① 189 ② 220 ③ 365
④ 494 ⑤ 527


유형 5 이항정리 - 실전

115. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 41\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 21 이상인 것의 개수는?

- ① 2^{37} ② 2^{38} ③ 2^{39}
 ④ 2^{40} ⑤ 2^{41}

116. 같은 종류의 사탕 10개와 서로 다른 종류의 초콜릿 10개 중에서 12개를 택할 때, 택한 초콜릿의 개수가 홀수인 경우의 수는?

- ① 502 ② 505 ③ 508
 ④ 511 ⑤ 514

117. 같은 종류의 사탕 3개와 서로 다른 종류의 젤리 9개 중 사탕과 젤리를 모두 합쳐 4개를 골라 하나의 바구니에 넣으려고 한다. 이때, 사탕과 젤리를 바구니에 넣을 수 있는 경우의 수는?

- ① 255 ② 256 ③ 257
 ④ 511 ⑤ 512

118. $(1+x)^{10}(1+x)^{10}$ 의 전개식을 이용하여 $({}_{10}C_0)^2 + ({}_{10}C_1)^2 + ({}_{10}C_2)^2 + \dots + ({}_{10}C_{10})^2$ 의 값을 ${}_nC_r$ 의 형태로 나타낼 때 $n+r$ 의 값을 구하시오.



02 이항정리

유형 6 이항정리 : 이항계수 성질 - 성질

119. 정의역이 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 인 함수 f 가

$f(k) = \frac{{}_8C_k}{k+1}$ 일 때, $9 \times \{f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(8)\}$ 의 값을 구하시오.

120. $f(x) = {}_{10}C_x \left(\frac{1}{4}\right)^{10-x} \left(\frac{3}{4}\right)^x$ ($x = 0, 1, 2, \dots, 10$)일 때,

$f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(9)$ 의 값은 $\frac{2^b - 1}{2^a}$ 이다. $a + b$ 의

값은? (단, a, b 는 자연수이다.)

- ① 19 ② 20 ③ 21
④ 22 ⑤ 23

03 확률의 뜻과 정의





03 확률의 뜻과 정의

유형 1 확률 - 표본공간과 배반사건

121. 표본공간을 S , 절대로 일어나지 않는 사건을 \emptyset 라고 할 때, 표본공간 S 의 임의의 두 사건 A, B 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. $P(\emptyset) \leq P(A) \leq P(S)$
 ㄴ. $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
 ㄷ. $P(A) \leq P(B)$ 이면 두 사건 A 와 B^C 은 서로 배반사건이다. (단, B^C 은 B 의 여사건이다.)

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

122. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드 중에서 임의로 한 장의 카드를 선택하는 시행에서 선택한 카드에 적힌 수가 3의 약수인 사건을 A , 4의 약수인 사건을 B 라 하자. 이 시행에서 다음 조건을 만족시키는 사건 C 의 개수는?

- (가) 두 사건 A, C 는 서로 배반사건이다.
 (나) 두 사건 B, C 는 서로 배반사건이 아니다.

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

123. 표본공간 $S = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 공집합이 아닌 모든 부분집합 중에서 서로 다른 두 집합 A, B 를 임의로 택할 때, 두 사건 A 와 B 가 서로 배반사건일 확률은?

- ① $\frac{5}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{1}{9}$
 ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{12}$


유형 2 확률의 정의 - 기본

124. 1부터 10까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 카드에서 4장을 동시에 뽑을 때, 뽑힌 카드에 적힌 숫자 중에서 두 번째로 큰 숫자가 소수일 확률은?

- ① $\frac{7}{105}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{13}{35}$
 ④ $\frac{41}{105}$ ⑤ $\frac{14}{35}$

125. 남학생 4명, 여학생 6명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 임의로 둘러앉을 때, 남학생끼리 서로 이웃하지 않게 앉을 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

- ① $\frac{1}{42}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{14}$
 ④ $\frac{2}{21}$ ⑤ $\frac{5}{42}$

126. A, B, C를 포함한 5명의 학생에게 각자의 학생증을 받았다가 이들 5명의 학생에게 임의로 1개씩 다시 돌려줄 때, A, B, C 모두 자신의 학생증을 돌려받지 못할 확률은?

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{31}{60}$
 ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{17}{30}$

127. 6명이 가위바위보를 한 번 할 때, 2명이 이길 확률은?
 (단, 각 학생이 가위, 바위, 보를 낼 확률은 각각 $\frac{1}{3}$ 이다.)

- ① $\frac{4}{81}$ ② $\frac{5}{81}$ ③ $\frac{2}{27}$
 ④ $\frac{7}{81}$ ⑤ $\frac{8}{81}$

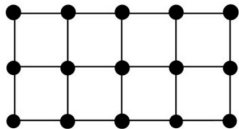


03 확률의 뜻과 정의

128. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 한 번 던질 때, 나온 눈의 수의 최댓값과 최솟값의 합이 6일 확률은?

- ① $\frac{35}{216}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{37}{216}$
 ④ $\frac{19}{108}$ ⑤ $\frac{13}{72}$

129. 그림과 같이 한 번의 길이가 1인 정사각형 8개가 붙어 있는 도형이 있다. 정사각형들의 15개의 꼭짓점 중에서 임의로 서로 다른 4개의 점을 선택할 때 네 점을 선분으로 이어 사각형이 만들어지도록 4개의 점을 선택할 확률을 구하시오.



130. $1 \leq m \leq 100$, $1 \leq n \leq 100$ 인 두 자연수 m , n 에 대하여 $2^m + 7^n$ 의 일의 자리의 숫자가 3의 배수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

131. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 세 수의 합이 홀수일 확률은?

- ① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{8}{21}$ ③ $\frac{3}{7}$
 ④ $\frac{10}{21}$ ⑤ $\frac{11}{21}$

MEMO

04 확률의 곱셈정리





04 확률의 곱셈법리

유형 1

확률의 곱셈정리 - 기본

178. 윤하는 4번 중 1번의 비율로 이동수업 교실에서 지우개를 잃어버린다고 한다. 윤하가 3-3반, 3-8반, 수학교과실에서 차례로 이동수업을 들었을 때 다른 교실이 아닌 수학교과실에서 지우개를 잃어버렸을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.

이때 $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

- ① 73 ② 75 ③ 77
④ 79 ⑤ 81

179. 어떤 상자에 빨간 공 3개, 노란 공 5개가 들어 있다. 상자에서 임의로 공 2개를 동시에 꺼내어 빨간 공이 1개 이상 나올 때까지 꺼내는 시행을 한다. 이때, 꺼내진 빨간 공이 1개일 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않고, 빨간 공이 하나도 나오지 않으면 다시 임의로 공 2개를 동시에 꺼낸다.)

- ① $\frac{11}{14}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{7}$
④ $\frac{19}{28}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

180. 주머니 A에는 흰 공 3개와 검은 공 2개 주머니

B에는 흰 공 1개와 검은 공 2개가 있다. 주머니 A에서 1개의 공을 임의로 꺼낼 때, 흰 공이면 주머니 B에 흰 공 2개를 더 넣고, 검은 공이면 주머니 B에 검은 공 2개를 더 넣는다. 주머니 A에서 1개의 공을 임의로 꺼낸 후 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, B에서 서로 다른 색의 공이 나올 확률은?

- ① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{11}{25}$
④ $\frac{12}{25}$ ⑤ $\frac{13}{25}$

181. 어느 농구 선수의 자유투 성공 확률을 조사하였더니

자유투를 성공한 후 다음 시도에서 성공할 확률은 $\frac{3}{4}$ 이고, 자유투를 실패한 후 다음 시도에서 성공할 확률은 $\frac{1}{3}$ 이었다. 이 선수가 첫 번째 자유투를 성공했을 때, 세 번째 시도에서 성공할 확률은?

- ① $\frac{13}{48}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{31}{48}$ ⑤ $\frac{35}{48}$



182. 파란색 주사위와 빨간색 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수의 합이 5이면 한 개의 동전을 3번 던지고, 나온 눈의 수의 합이 5가 아니면 한 개의 동전을 4번 던지기로 하였다. 이 시행에서 동전의 뒷면이 적어도 한 번 나올 확률은?

- ① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{65}{72}$
 ④ $\frac{11}{12}$ ⑤ $\frac{67}{72}$

183. 주머니에 파란 공 3개, 노란 공 4개가 들어있다. A, B 두 사람이 차례로 주사위를 던졌을 때, 나온 주사위의 눈의 수를 각각 a , b 라 하자. $a > b$ 이면 A가 주머니에 노란 공을 1개 넣은 후 B가 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내고, $a \leq b$ 이면 A가 주머니에 파란 공을 1개 넣은 후 B가 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낸다. 이때 B가 꺼낸 공이 노란 공일 확률은?

- ① $\frac{13}{24}$ ② $\frac{157}{288}$ ③ $\frac{79}{144}$
 ④ $\frac{53}{96}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

유형 2 확률의 곱셈정리 - 실전

184. 세 명이 가위바위보를 해서 마지막으로 이긴 한 사람을 대표로 정하려 한다. 가위바위보를 두 번 했을 때 비로소 대표가 뽑힐 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때 $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

- ① 4 ② 11 ③ 14
 ④ 21 ⑤ 35

185. 상자 A와 상자 B에 각각 8개의 공이 들어 있다. 동전 1개를 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 상자 A에서 공 2개를 꺼내어 상자 B에 넣고, 뒷면이 나오면 상자 B에서 공 1개를 꺼내어 상자 A에 넣는다.

위의 시행을 4번 반복할 때, 상자 A에 들어 있는 공의 개수가 4번째 시행 후 처음으로 6이 될 확률은?

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$



186. 참가자가 n 개의 문 중에서 하나를 택하여 문 뒤에 있는 상품을 가질 수 있다. 한 개의 문 뒤에는 자동차가 있고, 나머지 $(n-1)$ 개의 문 뒤에는 염소가 있다. 참가자가 하나의 문을 선택하면 진행자는 선택하지 않은 $(n-1)$ 개의 문 중에서 염소가 있는 문 하나를 열어 보이며 참가자가 선택을 바꿀 기회를 주는 몬티홀 게임이 있다. 한 참가자가 $n=3$ 인 무대 A, $n=4$ 인 무대 B, $n=5$ 인 무대 C를 차례로 돌면서 몬티홀 게임을 진행하였다. 이 참가자가 무대 A, B, C를 모두 마친 후 자동차 한 대를 받았을 때, 무대 B에서 자동차를 받았을 확률을 구하시오. (단, 참가자는 무대 A, B, C에서 모두 처음 선택을 바꿨다.)

187. 5개의 축구팀이 각각 다른 모든 팀과 1경기씩 경기를 한다. 각각의 팀이 경기에 이길 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 경기에서 모두 이기거나 모두 진 팀이 생길 확률은? (단, 비기는 경기는 없다.)

- ① $\frac{7}{32}$ ② $\frac{9}{32}$ ③ $\frac{11}{32}$
 ④ $\frac{13}{32}$ ⑤ $\frac{15}{32}$

188. 주머니에 1이 하나씩 적혀 있는 5개의 공과 2가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낸 후 꺼낸 공에 적혀 있는 숫자와 같은 숫자가 적혀 있는 공을 공에 적혀 있는 수만큼의 개수를 추가하여 꺼낸 공과 함께 주머니에 넣는다. 이 주머니에서 다시 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수의 곱이 홀수일 확률을 구하시오. (단, 1과 2가 적혀 있는 공은 충분히 많이 있다.)

189. 검은 공 2개와 흰 공 1개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 다음 규칙에 따라 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 반복한다.

- (가) 꺼낸 2개의 공이 서로 같은 색이면 검은 공 1개를 꺼낸 2개의 공과 함께 다시 주머니에 넣는다.
 (나) 꺼낸 2개의 공이 서로 다른 색이면 흰 공 1개를 꺼낸 2개의 공과 함께 다시 주머니에 넣는다.

위와 같은 시행을 2회 반복한 결과 주머니에 든 흰 공과 검은 공의 개수의 차가 1일 확률은? (단, 주머니에 넣을 흰 공과 검은 공은 충분하다.)

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

05 이산확률분포





유형 1 이산확률분포 - 기본

220. 남학생 6명과 여학생 4명으로 구성된 수학탐구반에서 다음 날 활동 준비를 할 3명의 학생을 임의로 뽑을 때, 뽑힌 여학생의 수를 확률변수 X 라고 할 때, 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	a	b	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

$P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

221. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음 표와 같다. $E(X) = \frac{7}{3}$ 이고, a, b, c 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 확률변수 X 의 분산은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	a	b	c	1

- ① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ 1
 ④ $\frac{11}{9}$ ⑤ $\frac{13}{9}$

222. 두 이산확률변수 X, Y 의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	a	b	c	d	1
Y	11	21	31	41	합계
$P(Y=x)$	a	b	c	d	1

$E(X) = 2$, $E(X^2) = 5$ 일 때, $E(Y) + V(Y)$ 의 값은?

- ① 111 ② 121 ③ 131
 ④ 141 ⑤ 151



223. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 임의로 하나를 택할 때, 택한 부분집합의 원소의 개수를 X 라 하자. 확률변수 X 의 분산 $V(X)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

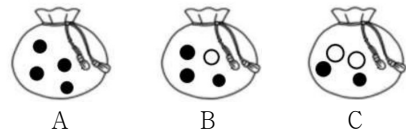
224. 이길 확률이 같은 두 사람 A, B가 게임을 하여 먼저 7번을 이기는 사람이 K 원의 상금을 모두 갖기로 했다. 부득이한 사정으로 A가 5번, B가 4번 이긴 상황에서 게임을 중지하고 상금을 공정하게 배분할 때, 두 사람 A, B에게 각각 배분되는 상금 액수의 차는?

- ① $\frac{K}{4}$ ② $\frac{5}{16}K$ ③ $\frac{3}{8}K$
④ $\frac{7}{16}K$ ⑤ $\frac{K}{2}$

225. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 두 눈의 수 중에서 크지 않은 수를 확률변수 X 라 하자. $P(X \leq 3)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{25}{36}$ ③ $\frac{13}{18}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

226. 그림과 같이 A주머니에는 검은 공 4개, B주머니에는 검은 공 3개, 흰 공 1개, C주머니에는 검은 공 2개, 흰 공 2개가 들어있다. 세 주머니 A, B, C에서 각각 공을 임의로 한 개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공 중 검은 공의 개수를 확률변수 x 라 하자. $E(X)$ 의 값은?



- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$
④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$



227. 1, 1, 1, 2, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드를 모두 임의로 일렬로 나열할 때, 양 끝에 나열된 두 카드에 적혀있는 수의 합을 확률변수 X 라 하자. $P(X \leq 4)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{11}{15}$ ③ $\frac{4}{5}$
 ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{14}{15}$

228. 1부터 6까지의 숫자가 적힌 서로 다른 6개의 공이 들어있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 꺼내 숫자를 확인하고 다시 넣는다. 다시 임의로 3개의 공을 꺼냈을 때, 적힌 숫자가 먼저 꺼낸 공에 적힌 숫자와 일치하는 공의 개수를 X 라고 할 때, X 의 기댓값 $E(X)$ 를 구하면?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{7}{4}$
 ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ $\frac{11}{7}$

229. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 6의 약수이면 한 개의 동전을 던지고, 6의 약수가 아니면 두 개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 동전의 개수를 확률변수 X 라고 하자. $V(X)$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{4}{9}$
 ④ $\frac{17}{36}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

MEMO

06 연속확률분포

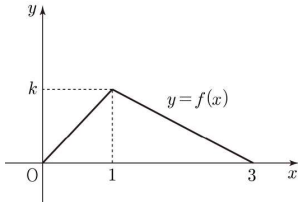




유형 1 연속확률분포 - 확률밀도함수 기본

247. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 3$ 이고, X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$P(1 \leq X \leq a) = \frac{1}{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, k 는 상수이다.)



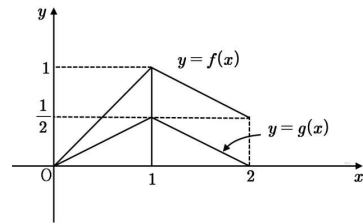
- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

248. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = \begin{cases} k + \frac{1}{4}x & (-2 \leq x < 0) \\ k - \frac{1}{4}x & (0 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

일 때, $P\left(-\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.
 (단, k 는 상수이다.)

249. $0 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위가 $0 \leq x \leq 2$ 이고, $k > 0$ 인 상수 k 에 대하여 확률변수 X 의 확률밀도함수가

$y = kf(x) - g(x)$ 일 때, $P\left(0 \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{80}$ ② $\frac{3}{80}$ ③ $\frac{1}{16}$
 ④ $\frac{7}{80}$ ⑤ $\frac{9}{80}$

250. $0 \leq x \leq 4$ 에 정의된 연속확률변수 X 의

확률밀도함수를 $f(x)$ 라고 할 때, $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 x 에

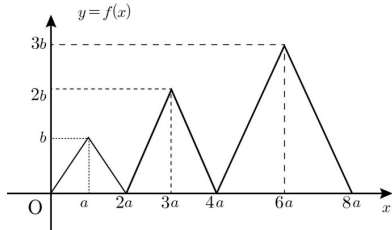
대하여 $f(2-x) = f(2+x)$ 가 성립한다. $P(0 \leq X \leq 1) = \frac{1}{5}$ 일

때, $P(2 \leq X \leq 3)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$


유형 2 연속확률분포 - 확률밀도함수 실전

251. 서로 다른 두 상수 a, b 에 대하여 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위가 $0 \leq X \leq 8a$ 이고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $a + 2b = 1$ 일 때, $P(2 \leq X \leq 4)$ 의 값은? (단, $a, b > 0$)



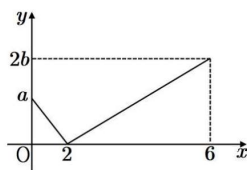
- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

252. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 6$ 이고, x 의 확률밀도함수의 그래프는 아래의 그림과 같다.

$P(0 \leq X \leq 2) = \frac{1}{5}$ 일 때, $1 < k < 2$ 을 만족시키는 실수 k 에

대하여 $P(k \leq X \leq k+1)$ 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



- ① 35 ② 37 ③ 39
 ④ 41 ⑤ 43

유형 3 정규분포 - 최저점수

253. 어느 고등학교 2학년 학생들의 수학 과목의 점수는 평균이 70점, 표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 수학 과목의 점수가 상위 4% 이내에 속하는 학생들이 수학 과목에서 1등급을 받는다고 한다. 동점자가 없다고 할 때, 1등급을 받기 위한 최저 점수는?

(단, $P(0 \leq Z \leq 1.75) = 0.46$ 으로 계산한다.)

- ① 77.5 ② 80 ③ 82.5
 ④ 85 ⑤ 87.5

254. 어느 시험에서 수학 영역의

점수를 X 라 하고 확률변수 X 의 평균을 m , 표준편차를 σ 라고 하면 표준점수 T 는

$$T = 20 \times \frac{X - m}{\sigma} + 100$$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.23	0.39
1.41	0.42
1.76	0.46
2.06	0.48

으로 구한다. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다고 할 때, 수학 영역에서 1등급을 받기 위해서는 표준점수가 a 점 이상이어야 하고, 2등급을 받기 위해서는 표준점수가 b 점 이상이어야 한다. $a-b$ 의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면? (단, 수학 영역의 점수가 상위 4%까지인 경우를 1등급, 상위 4%에서 11%까지인 경우를 2등급이라고 한다.)

- ① 8.6 ② 9.6 ③ 10.6
 ④ 11.6 ⑤ 12.6

07 통계적 추정





07 통계적 추정

유형 1 통계적 추정 - 표본평균 기본

280. 모집단의 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	3	5	계
$P(X=x)$	a	b	c	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하면 $E(\bar{X}) = \frac{13}{4}$, $V(\bar{X}) = \frac{39}{32}$ 이다.

$P(\bar{X}=3)$ 의 값은?

- ① $\frac{21}{64}$ ② $\frac{23}{64}$ ③ $\frac{25}{64}$
 ④ $\frac{27}{64}$ ⑤ $\frac{29}{64}$

281. 모집단의 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다. 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $P(\bar{X} \leq 2)$ 일 확률은?

X	0	2	4	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	1

- ① $\frac{13}{18}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{7}{9}$
 ④ $\frac{29}{36}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

282. 모집단의 확률변수 X 가 갖는 값은 2, 4, 6이고, 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $P(\bar{X}=3) = \frac{1}{16}$, $E(\bar{X}) = 5$ 이다.

$P(X=4) - P(\bar{X}=4)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{3}{32}$
 ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{5}{32}$



283. 모집단의 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	4	6	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	b	1

이 모집단에서 크기가 n 인 표본을 복원추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 상수)

<보 기>

- ㄱ. $E(\bar{X}) \leq 5$
 ㄴ. $n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $V(\bar{X}) \leq 1$
 ㄷ. $n=2$ 이고 $a \leq \frac{1}{2}$ 이면 $P(\bar{X} \leq 4) \leq \frac{3}{4}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

284. 1이 적힌 공 1개, 3이 적힌 공 n 개, 5가 적힌 공 2개가 들어있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 주머니에 넣는 시행을 2번 반복할 때, 꺼낸 공에 적힌 수의 평균을 \bar{X} 라고 하자.

$P(\bar{X}=3) = \frac{29}{64}$ 일 때, $P(\bar{X}=2)$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

- ① $\frac{9}{64}$ ② $\frac{5}{32}$ ③ $\frac{11}{64}$
 ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{13}{64}$

285. 정규분포 $N(50, 8^2)$ 을 따르는

모집단에서 크기가 16인 표본을
 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X}
 정규분포 $N(75, \sigma^2)$ 을 따르는
 모집단에서 크기가 25인 표본을

임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자.

$P(\bar{X} \leq 53) + P(\bar{Y} \leq 69) = 1$ 일 때, $P(\bar{Y} \geq 71)$ 의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.2	0.38
1.4	0.41
1.6	0.44

- ① 0.66 ② 0.84 ③ 0.88
 ④ 0.91 ⑤ 0.94

MEMO



1. [정답] ⑤
2. [정답] 93
3. [정답] ①
4. [정답] 50
5. [정답] 42

6. [정답] ③
7. [정답] ①
8. [정답] 108
9. [정답] 360
10. [정답] ⑤

11. [정답] ③
12. [정답] ⑤
13. [정답] ④
14. [정답] ②
15. [정답] ②

16. [정답] ④
17. [정답] 48
18. [정답] ④
19. [정답] ②
20. [정답] ⑤

21. [정답] ④
22. [정답] ④
23. [정답] ③
24. [정답] ①
25. [정답] ③

26. [정답] ④
27. [정답] ④
28. [정답] ①
29. [정답] ④
30. [정답] ①

31. [정답] ①
32. [정답] ④
33. [정답] ④
34. [정답] ③
35. [정답] ①

36. [정답] ④
37. [정답] ①
38. [정답] ⑤
39. [정답] ①
40. [정답] ①

41. [정답] 120
42. [정답] ①
43. [정답] ④
44. [정답] 81
45. [정답] ①

46. [정답] ⑤
47. [정답] 210
48. [정답] ①
49. [정답] ⑤
50. [정답] ③

51. [정답] ⑤
52. [정답] ④
53. [정답] ④
54. [정답] ④
55. [정답] ①

56. [정답] ②
57. [정답] 56
58. [정답] ④
59. [정답] ①
60. [정답] 16

61. [정답] ①
62. [정답] ③
63. [정답] ④
64. [정답] 141
65. [정답] ⑤

66. [정답] 55
67. [정답] ③
68. [정답] ⑤
69. [정답] ②
70. [정답] ①

71. [정답] ⑤
72. [정답] ⑤
73. [정답] ①
74. [정답] ①
75. [정답] 84

76. [정답] ①
77. [정답] ④
78. [정답] ⑤
79. [정답] ②
80. [정답] ③

81. [정답] ⑤
82. [정답] ③
83. [정답] ④
84. [정답] ④
85. [정답] ②

86. [정답] ⑤
87. [정답] 67
88. [정답] ②
89. [정답] ③
90. [정답] ①



91. [정답] 406
92. [정답] 62
93. [정답] 252
94. [정답] ①
95. [정답] 88

96. [정답] ②
97. [정답] ③
98. [정답] ①
99. [정답] ①
100. [정답] ④

101. [정답] ③
102. [정답] ②
103. [정답] ②
104. [정답] ③
105. [정답] ④

106. [정답] ①
107. [정답] 330
108. [정답] ③
109. [정답] ①
110. [정답] 2

111. [정답] ⑤
112. [정답] ②
113. [정답] ④
114. [정답] ④
115. [정답] ④

116. [정답] ①
117. [정답] ①
118. [정답] 30
119. [정답] 502
120. [정답] ③

121. [정답] ②
122. [정답] ③
123. [정답] ①
124. [정답] ④
125. [정답] ⑤

126. [정답] ④
127. [정답] ②
128. [정답] ③
129. [정답] $\frac{298}{455}$
130. [정답] ①

131. [정답] ④
132. [정답] 9
133. [정답] ③
134. [정답] 181
135. [정답] ①

136. [정답] ②
137. [정답] ②
138. [정답] ②
139. [정답] ④
140. [정답] ②

141. [정답] ⑤
142. [정답] ⑤
143. [정답] ④
144. [정답] ⑤
145. [정답] ⑤

146. [정답] ②
147. [정답] 128
148. [정답] ③
149. [정답] ②
150. [정답] ①

151. [정답] $\frac{2}{3}$
152. [정답] $\frac{91}{216}$
153. [정답] ②
154. [정답] ④
155. [정답] ⑤

156. [정답] $\frac{920}{1001}$
157. [정답] ②
158. [정답] ④
159. [정답] ④
160. [정답] ④

161. [정답] ②
162. [정답] ④
163. [정답] ⑤
164. [정답] ②
165. [정답] ⑤

166. [정답] ③
167. [정답] ④
168. [정답] $\frac{9}{19}$
169. [정답] ③
170. [정답] ③

171. [정답] ④
172. [정답] ②
173. [정답] ④
174. [정답] ②
175. [정답] ⑤



176. [정답] $\frac{18}{25}$
 177. [정답] ④
 178. [정답] ①
 179. [정답] ①
 180. [정답] ⑤

 181. [정답] ④
 182. [정답] ⑤
 183. [정답] ④
 184. [정답] ①
 185. [정답] ③

 186. [정답] $\frac{33}{163}$
 187. [정답] ⑤
 188. [정답] $\frac{121}{672}$
 189. [정답] ④
 190. [정답] ④

 191. [정답] ③
 192. [정답] ④
 193. [정답] ④
 194. [정답] ⑤
 195. [정답] ②

 196. [정답] 250
 197. [정답] 25
 198. [정답] ④
 199. [정답] ①
 200. [정답] ②

 201. [정답] ⑤
 202. [정답] ④
 203. [정답] ②
 204. [정답] ③
 205. [정답] 98

 206. [정답] ④
 207. [정답] ⑤
 208. [정답] $\frac{41}{81}$
 209. [정답] ③
 210. [정답] ②

 211. [정답] ①
 212. [정답] ④
 213. [정답] ③
 214. [정답] ④
 215. [정답] ②

 216. [정답] ①
 217. [정답] ③

218. [정답] ①
 219. [정답] ①
 220. [정답] ④

 221. [정답] ①
 222. [정답] ②
 223. [정답] ①
 224. [정답] ③
 225. [정답] ④

 226. [정답] ④
 227. [정답] ④
 228. [정답] ①
 229. [정답] ①
 230. [정답] ③

 231. [정답] ⑤
 232. [정답] $\frac{39}{40}$
 233. [정답] ④
 234. [정답] $\frac{22}{7}$
 235. [정답] ③

 236. [정답] ⑤
 237. [정답] ④
 238. [정답] ②
 239. [정답] ①
 240. [정답] ④

 241. [정답] ③
 242. [정답] $\frac{56}{3}$
 243. [정답] ④
 244. [정답] ③
 245. [정답] ①

 246. [정답] ⑤
 247. [정답] ④
 248. [정답] $\frac{7}{16}$
 249. [정답] ④
 250. [정답] ②

 251. [정답] ④
 252. [정답] ④
 253. [정답] ⑤
 254. [정답] ③
 255. [정답] ④

 256. [정답] $\frac{9}{2}$
 257. [정답] ③
 258. [정답] ⑤



259. [정답] ①
260. [정답] ④

261. [정답] ④
262. [정답] ③
263. [정답] ②
264. [정답] ②
265. [정답] ④

266. [정답] 0.1587
267. [정답] ③
268. [정답] ①
269. [정답] ③
270. [정답] 0.5502

271. [정답] ④
272. [정답] ⑤
273. [정답] ①
274. [정답] ①
275. [정답] ④

276. [정답] ④
277. [정답] ⑤
278. [정답] ②
279. [정답] ①
280. [정답] ①

281. [정답] ④
282. [정답] ①
283. [정답] ⑤
284. [정답] ②
285. [정답] ②

286. [정답] ③
287. [정답] ①
288. [정답] ③
289. [정답] ④
290. [정답] ④

291. [정답] ①
292. [정답] ②
293. [정답] 97
294. [정답] ②
295. [정답] ③

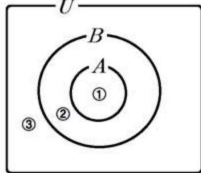
296. [정답] ①
297. [정답] ③
298. [정답] ③
299. [정답] 392
300. [정답] 48.04, 51.96



정답과 해설

1. [정답] ⑤

[해설]

먼저 문제의 $A \subset B$ 에 맞게 벤다이어그램을 그려보자.

위와 같은 벤다이어그램에서 1, 2, 3, 4의 원소를 ①, ②, ③ 공간에 넣으면 $A \subset B$ 가 성립하며 $A \neq \emptyset$ 이므로 ①이 아무것도 넣지 않는 경우를 제외한다.

따라서 전체 경우의 수는 $3^4 - 2^4 = 81 - 16 = 65$

2. [정답] 93

[해설]

전체 경우의 수는 $3^5 = 243$ 즉 $a = 243$

빈 사물함이 없게 넣는 경우의 수는

(전체 경우의 수) - (2개의 사물함에만 책을 넣는 경우의 수) + (1개의 사물함에만 책을 넣는 경우의 수)

즉 $b = 3^5 - 2^5 \times 3 + 3150$ $\therefore a - b = 243 - 150 = 93$

3. [정답] ①

[해설]

1을 최대 2개까지 사용할 수 있으므로

(i) 1을 0개 사용한 경우 :

2, 3, 4 중 4개를 중복을 허락하여 비밀번호를 만들게 되므로 ${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$

(ii) 1을 1개 사용한 경우 :

먼저 1의 위치를 정하고,

(1□□□, □1□□, □□1□, □□□1)

이 4가지 경우에 대하여 2, 3, 4 중 3개를 중복을 허락하여 비밀번호를 만들게 되므로

 $4 \times {}_3\Pi_3 = 4 \times 3^3 = 108$

(iii) 1을 2개 사용한 경우 :

먼저 1의 위치를 정하고

(1□1□, 1□□1, □1□1)

이 3가지 경우에 대하여 2, 3, 4 중 2개를 중복을 허락하여 비밀번호를 만들게 되므로

 $3 \times {}_3\Pi_2 = 3 \times 3^2 = 27$

(i), (ii), (iii)에 의하여 전체 비밀번호의 개수는 $81 + 108 + 27 = 216$

4. [정답] 50

[해설]

공역 중 중복을 허락하여 4개를 뽑아 치역을 정할 때, 치역의 최댓값이 4, 최솟값이 2를 만족해야 하므로 가능한 순서쌍은 (2, 2, 2, 4), (2, 2, 3, 4), (2, 2, 4, 4), (2, 3, 3, 4), (2, 3, 4, 4), (2, 4, 4, 4)이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!2!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{3!} = 50$$

5. [정답] 42

[해설]

전체 경우의 수는 $4^3 = 64$

구하고자 하는 경우의 수는

(전체 경우의 수) - (3의 배수인 자연수)로 구하자.

이때 3의 배수인 자연수를 만드는 방법은

(1, 1, 1), (1, 1, 4), (1, 2, 3), (1, 4, 4)

(2, 2, 2), (2, 3, 4), (3, 3, 3), (4, 4, 4)이고,

각각의 경우의 수는 순서대로 1, 3, 6, 3, 1, 6, 1, 1이므로 이를 모두 더하면 22이다.

따라서 (전체) - (3의 배수인 자연수의 개수) = $64 - 22 = 42$

6. [정답] ③

[해설]

조건에 의해 $f(4) = 2, 3, 5$ 가 가능하다.(i) $f(4) = 5$ 일 때 $f(5), f(6), f(7) = 6, 7$ 로 각각 2개씩 가능하고, $f(1), f(2), f(3) = 1, 2, 3, 4, 5$ 로 각각 5개씩가능하다. 따라서 함수 f 의 개수는 $2^3 \times 5^3 = 1000$ (ii) $f(4) = 3$ 일 때 $f(5), f(6), f(7) = 4, 5, 6, 7$ 로 각각 4개씩 가능하고, $f(1), f(2), f(3) = 1, 2, 3$ 으로 각각 3개씩 가능하다.따라서 함수 f 의 개수는 $4^3 \times 3^3 = 1728$ (iii) $f(4) = 2$ 일 때 $f(5), f(6), f(7) = 3, 4, 5, 6, 7$ 로 각각 5개씩가능하고, $f(1), f(2), f(3) = 1, 2$ 로 각각 2개씩

가능하다.

따라서 함수 f 의 개수는 $5^3 \times 2^3 = 1000$ (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 3728

7. [정답] ①

[해설]

치역의 모든 원소의 합이 16이므로 그 수의 조합은 $\{2, 6, 8\}$, $\{6, 10\}$ 인 경우이다

(i) $\{2, 6, 8\}$ 인 경우

정의역의 원소 $\{2, 4, 8, 10, 11\}$ 가 $\{2, 6, 8\}$ 로 가는 전체 경우의 수에서 $\{2, 6\}$, $\{6, 8\}$ 로 가는 경우의 수를

제외하면 된다. $3^5 - 2^5 - 2^5 + 1 = 180$



정답과 해설

+1은 6으로 모두 가는 경우의 수가 중복되어 빠지므로 하나를 더한 것이다.

(ii) {6, 10}인 경우

정의역의 원소 {2, 4, 8, 10, 11}가 {6, 10}로 가는 전체 경우의 수에서 {6}로 가는 경우의 수를 제외하면 된다.

$$\therefore 2^5 - 1 = 31$$

따라서 구하는 경우의 수는 $180 + 31 = 211$

8. [정답] 108

[해설]

$f(1)$, $f(4)$ 는 홀수이므로, $f(2)$ 와 $f(3)$ 의 경우를 생각하면 된다.

$$\textcircled{1} f(2)=\text{짝수}, f(3)=\text{홀수인 경우} : 3 \times 3 \times 2 \times 3 = 54$$

$$\textcircled{2} f(2)=\text{홀수}, f(3)=\text{짝수인 경우} : 3 \times 3 \times 2 \times 3 = 54$$

$$\therefore 54 + 54 = 108$$

9. [정답] 360

[해설]

3으로 나누었을 때 나머지가 1인 수들의 집합을 $C = \{1, 4\}$

3으로 나누었을 때 나머지가 2인 수들의 집합을 $D = \{2, 5\}$

3으로 나누었을 때 나머지가 0인 수들의 집합을 $E = \{3\}$ 라고 하자.

A 의 모든 원소의 합이 3의 배수가 되기 위해서는

집합 C , D , E 에서 원소를 한 개씩 선택해야 하므로

$n(A) = 3$ 을 결정하는 방법수는 $2 \times 2 \times 1 = 4$ 이다.

$n(B) = 2$ 를 만족하기 위해서는 정의역 A 의 원소가 공역 A 의 원소 2개에 대응되어야 한다.

$$3 \times (2^3 - 2) \times (3^2 - 2^2) = 90$$

따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 90 = 360$

10. [정답] ⑤

[해설]

만들 수 있는 세 자리 자연수는 64가지이다.

일의 자리에 1, 3, 5, 7이 각각 16개가 쓰였고

십의 자리도 1, 3, 5, 7이 각각 16개가 쓰였고

백의 자리도 1, 3, 5, 7이 각각 16개가 쓰였다.

따라서 수들의 합은

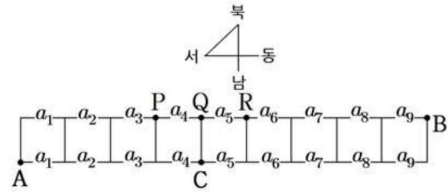
$$(1+3+5+7) \times 16 + (10+30+50+70) \times 16 + (100+300+500+700) \times 16$$

$$= 16 \times 16 \times (1+10+11) = 2^8 \times 3 \times 37$$

$$\therefore a+b+c = 10$$

11. [정답] ③

[해설]



다음 그림과 같이 A에서 B로 가는 경로의 수는

각각 두 개의 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ 중 하나씩을 선택하는

경로의 수와 같다.

따라서 A에서 B로 가는 경로의 수는 $2^9 = 512$

이때, C를 거쳐서 가지 않는 경로의 수는

$A \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow B$ 로 갈 때이다.

$A \rightarrow P$ 로 가는 경로의 수는 $2^3 = 8$

$P \rightarrow Q \rightarrow R$ 로 가는 경로의 수는 1

$R \rightarrow B$ 로 가는 경로의 수는 $2^4 = 16$ 가지이므로

C를 거쳐서 가지 않는 경로의 수는 $2^7 = 128$

따라서 구하는 경로의 수는 $512 - 128 = 384$

12. [정답] ⑤

[해설]

$$a = \frac{6!}{3} = 240, b = \frac{6!}{2} = 360$$

$$\therefore a+b = 600$$

13. [정답] ④

[해설]

(i) A와 B가 앉은 옆 자리에 C와 D가 앉을 때

A의 자리를 결정하는 방법의 수는 2

B의 자리를 결정하는 방법의 수는 2

C의 자리를 결정하는 방법의 수는 2

D의 자리를 결정하는 방법의 수는 1

나머지 네 명의 자리를 결정하는 방법의 수는 $4! = 24$

따라서 이 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 24 = 192$

(ii) A와 B가 앉은 옆 자리가 아닌 곳에 C와 D가 앉을 때

A의 자리를 결정하는 방법의 수는 2

B의 자리를 결정하는 방법의 수는 2

C의 자리를 결정하는 방법의 수는 4

D의 자리를 결정하는 방법의 수는 2

나머지 네 명의 자리를 결정하는 방법의 수는 $4! = 24$

따라서 이 경우의 수는 $2 \times 2 \times 4 \times 2 \times 24 = 768$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $192 + 768 = 960$

14. [정답] ②

[해설]

주어진 사건을 A라 하면, A^C 는 3학년 학생의 옆에 2학년 학생만이 앉아있는 사건이다.

전체 경우의 수는 5명의 원순열 가짓수이므로

$(5-1)! = 24$ 이고, A^C 의 경우의 수는 $2! \times 2! = 4$ 이므로

A의 경우의 수는 $24 - 4 = 20$



15. [정답] ②

[해설]

먼저 여학생을 원탁에 앉힌다. ($\times 2$)

그다음 남학생 9명을 일렬배열하고 ($\times 9!$)

이 공간은 $(1, 1, 7)_{(3\text{가지})}$, $(1, 3, 5)_{(6\text{가지})}$, $(3, 3, 3)_{(1\text{가지})}$

총 10가지 방법으로 채울 수 있으므로

구하는 경우의 수는 $2 \times 10 \times 9 \neq 20 \times 9!$

16. [정답] ④

[해설]

남자를 2명씩 두 조를 만드는 방법 : 3

남자 2조와 여자 1조를 배열하는 방법 : $2!$

각 조원이 배열될 수 있는 경우의 수 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

따라서 전체 경우의 수는 $3 \times 2! \times 8 = 48$

17. [정답] 48

[해설]

마주하는 공의 수의 합의 합이 14 이상인 경우는

$(6, 8)$, $(7, 8)$ 이다.

(i) 마주하는 공의 수가 $(6, 8)$ 인 경우

먼저 6의 자리를 정하고 마주 보는 자리에 8을 배치한

후 나머지를 배치하는 경우의 수 : $4! = 24$

(ii) 마주하는 공의 수가 $(7, 8)$ 인 경우

먼저 7의 자리를 정하고 마주 보는 자리에 8을 배치한

후 나머지를 배치하는 경우의 수 : $4! = 24$

따라서 구하는 경우의 수는 $24 + 24 = 48$

18. [정답] ④

[해설]

철수 아버지와 어머니가 왼쪽 파란색 의자에 이웃하여 앉는 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$

영희 아버지와 어머니가 오른쪽 파란색 의자에 이웃하여 앉는 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$

나머지 4명이 의자에 앉는 경우의 수는 $4!$

$\therefore 4 \times 4 \times 4! = 384$

19. [정답] ②

[해설]

소문자 a, b, c, d, e 를 원순열로 나열하면 $4! = 24$

3개의 대문자를 각 소문자 사이의 5개 자리 중에서 3개를

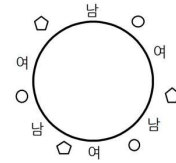
뽑아 나열해야 하므로 ${}_5P_3 = 60$

$\therefore 24 \times 60 = 1440$

20. [정답] ⑤

[해설]

남여를 교대로 나열하는 경우는 $2! \times 3! = 12$



조건(나), (다)를 만족시키도록 꽃병을 놓는 경우의 수는
(i) \triangle 와 \circ 중 하나를 선택하여 세 곳 중의 두 곳에 놓는

경우의 수 : $2 \times {}_3C_2 = 6$

(ii) \triangle 와 \circ 를 하나씩 선택하는 경우의 수 : 3

(i), (ii)에 의하여 꽃병을 놓는 경우의 수는 $6 + 3 = 9$

따라서 구하는 경우의 수는 $12 \times 9 = 108$

21. [정답] ④

[해설]

A가 앉는 방법의 수 1

B가 앉는 방법의 수 2

B 옆에 A가 아닌 다른 사람이 앉는 방법의 수 4

나머지 사람이 앉는 방법의 수 $4!$

따라서 구하는 경우의 수는 $1 \times 2 \times 4 \times 4! = 192$

22. [정답] ④

[해설]

가운데 영역에 칠할 수 있는 색이 9가지이고

정사각형 내부영역이 원순열 구조이므로

$9 \times {}_8C_4 \times 3! \times 4! = \frac{9!}{4} = 18 \times 7!$ 이다.

23. [정답] ③

[해설]

반지름의 길이가 2인 원의 내부와 4개의 반원의 외부의 공통부분에 색칠할 색을 고르는 경우의 수는

${}_5C_1 = 5$ 가지이다.

남은 4개의 영역에 서로 다른 4가지 색을 칠하는 경우의 수는 $(4-1)! = 6$

따라서 $5 \times 6 = 30$

24. [정답] ①

[해설]

우선 10개의 색 중 정사각형을 칠할 8개의 색을 고른다.

${}_{10}C_8 = \frac{10 \times 9}{2}$

8개의 색을 색칠하는 경우의 수 $(8-1)! = 7!$

이등변삼각형은 2가지 색만을 사용해야 하므로

남은 두 가지의 색깔을 번갈아 가면서 칠해야 한다.

경우의 수 : 2

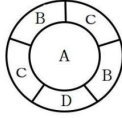
${}_{10}C_2 \times 7! \times 2 = \frac{10!}{8}$



25. [정답] ③

[해설]

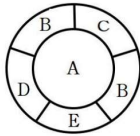
(i) 4가지 색으로 칠하는 경우



ABCD에 색을 정하는 경우이므로

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

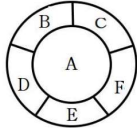
(ii) 5가지 색을 칠하는 경우



ABCDE에 색을 정하는 경우이므로

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 720$$

(iii) 6가지 색을 칠하는 경우



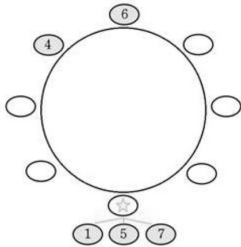
가운데 6가지 색을 칠하고 나머지 5가지 색으로 원순열을 계산하면 $6 \times 4! = 144$ 가지

(i), (ii), (iii)에서 $360 + 720 + 144 = 1224$

26. [정답] ④

[해설]

6과 서로소인 수 : 1, 5, 7로 3가지



남은 수 중 마주보면 안 되는 수 (4, 8), (3, 9)

4는 6자리 중 하나 선택 6가지

4와 마주보는 자리에

(i) 3 또는 9 오는 경우

$$2 \text{가지} \times 4! = 48$$

(ii) 1, 5, 7 중 너에 넣은 수가 아닌 두 수가 오는 경우
2가지

3은 남은 자리 선택 4가지

3과 마주보는 자리에 9를 제외한 나머지수 2가지

남은 두 수 배열 2가지

$$\therefore 2 \times 4 \times 2 \times 2 = 32$$

$$\therefore 3 \times 6 \times (48 + 32) = 1440$$

27. [정답] ④

[해설]

먼저 원탁 주위에 문제에서 제시한대로

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 차례로 남학생을 앉힌다.

1과 2 사이 여학생 수를 a

2와 3 사이 여학생 수를 b

3과 1 사이 여학생 수를 c 라 하면

$a + b + c = 5$ 를 만족하는 음이 아닌 정수 해의 개수는

$${}_3H_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = 21 \text{개}$$

여학생 5명을 일렬로 배열하는 경우의 수는 $5!$ 이므로

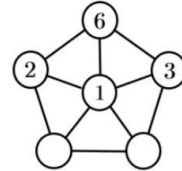
구하는 경우의 수는 $21 \times 5 \neq 21 \times 120 = 2520$ 가지

28. [정답] ①

[해설]

(i) 가운데 원에 1이 들어가면 6의 양 끝에 2와 3이 있으면
나머지 두 곳에 들어갈 수가 2가지

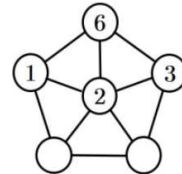
2와 3의 순서를 바꿀 수 있으므로 $2 \times 2 = 4$ 가지



(ii) 가운데 원에 2가 들어가면 6의 양 쪽에 1과 3이 들어갈
수 있으므로 경우는 2가지

남은 부분에 4와 5가 들어가는 경우는 2가지

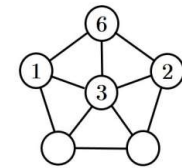
$\therefore 2 \times 2 = 4$ 가지



(iii) 가운데 원에 3이 들어가면 6의 양 쪽에 1과 3이 들어갈
수 있으므로 경우는 2가지

남은 부분에 4와 5가 들어가는 경우는 2가지

$\therefore 2 \times 2 = 4$ 가지



(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 = 12$$

29. [정답] ④

[해설]

$f(6)$ 일 때, 2, 4, 6을 먼저 배열하고 (2가지)

그 사이에 1, 3, 5를 배열하는데 1이 6과 이웃하지 않는
경우는 ${}_2P_2 = 2$ 이므로

전체 경우의 수는 $2 \times 2 = 4 = a$

또한 (나)의 경우에는 $y(k) = k! - 2(k-2)!$ 가 되므로

$f(2k) = (k-1)! \times (k-2) \times (k-1)!$ 이다.



따라서 $h(k) = (k-1)!$, $y(5) = 5! - 2 \cdot 3! = 120 - 12 = 98$

$h(6) = 5! = 120$

따라서 $a + g(a+1) + h(a+2) = 4 + 98 + 120 = 232$

30. [정답] ①

[해설]

주어진 문자 중 모음은 A, A, E, I이다.

(i) 양 끝에 서로 (A, E), (A, I)가 오는 경우 :

$$(2 \times 2) \times \frac{9!}{2!2!}$$

(ii) 양끝에 (E, I)가 오는 경우 : $2 \times \frac{9!}{2!2!2!}$

(iii) 양 끝에 AA가 오는 경우 : $\frac{9!}{2!2!}$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$$(4+1+1) \times \frac{9!}{2!2!} = \frac{3}{2} \times 9!$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

31. [정답] ①

[해설]

찍수가 되려면 끝자리를 0 또는 2로 끝나게 하면 된다.

(i) 일의 자리 수가 0인 경우

앞에 다섯 개의 숫자에 1, 1, 2, 2, 3을 배열하는

$$\text{경우의 수이므로 } \frac{5!}{2!2!} = 30$$

(ii) 일의 자리 수가 2인 경우

앞에 다섯 개의 숫자 0, 1, 1, 2, 3을 배열하는 경우의

$$\text{수이므로 } \frac{5!}{2!} - \frac{4!}{2!} = 60 - 12 = 48$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 78

32. [정답] ④

[해설]

(1, 1, 1, 7)을 나열하는 경우의 수 : $\frac{4!}{3!} = 4$

(1, 1, 7, 7)을 나열하는 경우의 수 : $\frac{4!}{2!2!} = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 $4 + 6 = 10$

33. [정답] ④

[해설]

(i) 같은 색의 공이 없을 때 : $4! = 24$

(ii) 같은 색의 공이 2개, 서로 다른 색의 공이 2개일 때 :

$${}_4C_1 \times {}_3C_2 \times \frac{4!}{2!} = 144$$

(iii) 같은 색의 공의 2개, 2개일 때 : ${}_4C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 36$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$$24 + 144 + 36 = 204$$

34. [정답] ③

[해설]

a, a, b, b, c, d, e 를 일렬로 나열하는 전체 경우의 수는

$$\frac{7!}{2! \times 2!} = 1260$$

a, a 가 이웃하도록 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!} = 360b$,

b 가 이웃하도록 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!} = 360$

a, a 와 b, b 가 모두 이웃하도록 일렬로 나열하는 경우의 수는 $5! = 120$

따라서 같은 문자끼리 이웃하지 않는 경우의 수는

$$1260 - 360 - 360 + 120 = 660$$

35. [정답] ①

[해설]

a, a, b, c, e 를 b 와 c 가 서로 이웃하게 일렬로 나열하는

경우의 수는 $\frac{4!}{2!} \times 2! = 24$

나열된 문자 사이에 c 와 d 가 이웃하지 않게 d 를 나열하는 경우의 수는 4

따라서 구하는 경우의 수는 $24 \times 4 = 96$

36. [정답] ④

[해설]

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 10$$

(1, 2, 3, 4), (1, 1, 4, 4), (2, 2, 3, 3), (3, 3, 3, 1),

(2, 2, 2, 4)의 조합이면 합이 10이 된다.

(i) (1, 2, 3, 4)일 때 : $4! = 24$

(ii) (1, 1, 4, 4)일 때 : ${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 6$

(iii) (2, 2, 3, 3)일 때 : ${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 6$

(iv) (3, 3, 3, 1)일 때 : 4

(v) (2, 2, 2, 4)일 때 : 4

(i) ~ (v)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 44

37. [정답] ①

[해설]

(i) (a, c, c, c, c)일 때 : 5

(ii) (a, a, c, c, c), (a, a, b, c, c)일 때 : $\frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{2!2!2!} = 40$

(iii) (a, a, a, c, c), (a, a, a, b, c), (a, a, a, b, b) :

$$\frac{5!}{3!2!} \times 2 + \frac{5!}{3!} = 40$$

(iv) (a, a, a, a, c), (a, a, a, a, b)일 때 : $5 + 5 = 10$

(v) (a, a, a, a, a)일 때 : 1



(i) ~ (v)에 의하여 구하는 경우의 수는
 $5 + 40 + 40 + 10 + 1 = 96$

38. [정답] ⑤

[해설]

일주일 동안 영어 또는 수학을 하루에 한 과목씩 공부하는 전체 경우의 수는 2^7

영어를 공부하는 날수를 a , 수학을 공부하는 날수를 b 라 두고

이를 순서쌍 (a, b) 라 하면

(i) $(7, 0)$ 인 경우, 이를 배열하는 경우의 수는 1

(ii) $(6, 1)$ 인 경우, 이를 배열하는 경우의 수는 7

(iii) $(5, 2)$ 인 경우,

영어를 공부하는 날 사이 사이에 하루씩 수학 공부를 하는 경우의 수는 ${}_6C_2 = 15$

(iv) $(4, 3)$ 인 경우,

영어를 공부하는 날 사이 사이에 하루씩 수학 공부를 하는 경우의 수는 ${}_5C_3 = 10$

(v) $(3, 4)$ 인 경우,

영어를 공부하는 날 사이 사이에 하루씩 수학 공부를 하는 경우의 수는 ${}_4C_4 = 1$

(vi) $(0, 7)$ 인 경우, 이를 배열하는 경우의 수는 1

(i) ~ (vi)에 의하여 구하는 경우의 수는

$$128 - (1 + 7 + 15 + 10 + 1) - 1 = 93$$

39. [정답] ①

[해설]

(i) 1이 5개 있는 번호의 개수 : $\frac{8!}{5!3!} = 56$

(ii) 처음 4자리가 0110인 번호의 개수 : $2^4 = 16$

(iii) 처음 4자리가 0110이고, 1이 5개가 될 때 :

뒤 네 자리 수에 0, 1, 1, 1을 배열하면 되므로 ${}_4C_1 = 4$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 보안 카드의 개수는

$$56 + 16 - 4 = 68$$

40. [정답] ①

[해설]

a, b 두 문자를 모두 t 로, c, d 두 문자를 모두 q 로

생각해보면, 구하는 경우의 수는

t, t, q, q, e, f 를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.

$$\therefore \frac{6!}{2!2!} = 180$$

41. [정답] 120

[해설]

a, b, c, d, e, f 의 6개의 문자를 일렬로 나열할 때,

a 와 c 모두 b 와 d 사이에 나열하는 경우는

$\square, \square, \square, \square, e, f$ 를 나열한 후 양 끝 \square 에 b, d 를,

중간에 a, c 를 나열하면 되므로 $\frac{6!}{4!} \times 2! \times 2! = 120$

42. [정답] ①

[해설]

이웃한 두 카드에 적혀있는 수의 곱이 모두 6이 되려면 1 주위에는 6과 18이 있어야 한다.

(i) 두 번째, 세 번째, 네 번째에 1이 위치하는 경우 1, 6, 18을 한 묶음으로 보고 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$3! = 6$$

6과 18이 자리잡는 방법의 수 2가지

$$\text{따라서 } 6 \times 2 = 12$$

(ii) 첫 번째나 다섯 번째에 1이 위치하는 경우

$$2 \times 2 \times 3! = 24$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 36

43. [정답] ④

[해설]

b 와 d 는 순서가 정해져 있으므로 같은 문자로 생각하자.

위 조건을 만족하는 경우의 수에서 b 와 d 사이에 c 놓은

경우도 b, c, d 를 같은 문자로 생각하는 경우의 수와

같으므로 빼면 된다.

$$\therefore \frac{6!}{2!2!} - \frac{6!}{2!3!} = 180 - 60 = 120$$

44. [정답] 81

[해설]

토끼를 작은 순으로 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 라 하고

곰을 작은 순으로 b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 라 하자.

(i) b_2 오른쪽에 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 가 있는 경우, $\frac{7!}{2!5!} = 21$

(ii) b_2 오른쪽에 a_2, a_3, a_4, a_5 가 있는 경우

(b_2 왼쪽에 a_1 있음)

$$\frac{6!}{2!4!} \times \frac{2!}{1!1!} = 30$$

(b_2 오른쪽) (b_2 왼쪽)

(iii) b_2 오른쪽에 a_3, a_4, a_5 가 있는 경우

$$\frac{5!}{2!3!} \times \frac{3!}{2!1!} = 30$$

(b_2 오른쪽) (b_2 왼쪽)

따라서 구하는 경우의 수는 81

45. [정답] ①

[해설]

같은 과목끼리는 순서가 정해져 있으므로 모두 9개를

나열하는 경우의 수에서 같은 과목끼리의 순서를 나열하는

경우의 수로 나누어 주어야 한다.



따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{9!}{3! \times 3! \times 3!} = 1680$

46. [정답] ⑤

[해설]

한 종류의 숫자만 선택하는 경우 같은 숫자끼리 이웃하지 않도록 만들 수 없으므로

두 종류 이상의 숫자를 선택해야 한다.

(i) 두 종류의 숫자를 선택하는 경우 $3 \times 2 = 6$

㉠ $aaaab$ 를 배열할 때 : 만들 수 없다.

㉡ $aaabb$ 를 배열할 때 : $ababa$ 로 1가지

$\therefore 6 \times (0+1) = 6$

(ii) 세 종류의 숫자를 선택하는 경우

㉠ $aaabc$ 꼴의 경우 : a 를 고르는 경우의 수 3가지,
배열하는 방법은 $abaca, acaba$ 로 2가지

㉡ $aabbc$ 꼴의 경우 : c 를 고르는 경우의 수 3가지,

$aabbc$ 를 일렬로 배열하는 경우의 수 $\frac{5!}{2!2!}$,

a 가 이웃하는 경우의 수 $\frac{4!}{2!}$,

b 가 이웃하는 경우의 수 $\frac{4!}{2!}$,

a 와 b 가 모두 이웃하는 경우의 수 $3!$

$\therefore 3 \times 2 + 3 \times \left(\frac{5!}{2!2!} - 2 \times \frac{4!}{2!} + 3! \right) = 42$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $6 + 42 = 48$

47. [정답] 210

[해설]

1, 2는 적어도 한 개 이상, 3은 두 개만 있으므로

그 외의 나머지수를 a, b, c 라 하면

1, 2, 3, 3, a, b, c 의 합이 3의 배수이므로

$a+b+c=3k$ ($a, b, c=1, 2$)

(i) $a+b+c=3$ 일 때, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3을 일렬로 나열하면

$\frac{7!}{4! \times 2!} = 105$

(ii) $a+b+c=6$ 일 때, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3을 일렬로 나열하면

$\frac{7!}{4! \times 2!} = 105$

따라서 구하는 경우의 수는 $105 + 105 = 210$

48. [정답] ①

[해설]

(i) 세 종류의 숫자를 사용하는 경우

사용할 숫자를 고르는 경우의 수 : ${}_4C_3 = 4$

전체 경우의 수 : $\frac{6!}{2!2!2!} = 90$

세 종류의 숫자가 1, 2, 3이라 할 때, 1 또는 2 또는

3이

서로 이웃한 경우의 수 : $\frac{5!}{2!2!} \times 3 - \frac{4!}{2!} \times 3 + 3! = 60$

따라서 조건을 만족시키는 경우의 수는

$4 \times (90 - 60) = 120$

(ii) 네 종류의 숫자를 사용하는 경우

1, 2, 3, 4 중에서 2개씩 사용할 수를 고르는 경우의 수 : ${}_4C_2 = 6$

전체 경우의 수 : $\frac{6!}{2!2!} = 180$

2개씩 사용한 수가 이웃한 경우의 수

: $\frac{5!}{2!} \times 2 - 4! = 96$

따라서 조건을 만족시키는 경우의 수는

$6 \times (180 - 96) = 6 \times 84 = 504$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$120 + 504 = 624$

49. [정답] ⑤

[해설]

(i) 짝수 0개, 홀수 4개

홀수는 한 번까지 선택할 수 있으므로

이 경우 네 개의 홀수가 모두 한 번씩 선택되어야 한다.

$\therefore 4! = 24$

(ii) 짝수 2개, 홀수 2개

한 종류의 짝수를 두 번, 두 종류의 홀수를 한 번씩 선택해서 배열한다.

$\therefore {}_3C_1 \times {}_4C_2 \times \frac{4!}{2!} = 216$

(iii) 짝수 4개, 홀수 0개

두 종류의 짝수를 두 번씩 선택해서 배열한다.

$\therefore {}_3C_2 \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 18$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 자연수의 개수는

$24 + 216 + 18 = 258$

50. [정답] ③

[해설]

(i) 숫자 1이 적힌 카드 사이에 2개 카드가 들어가는 경우

(1, 2, 2, 1)일 때, 60가지

(1, 2, 3, 1)일 때, $2 \times 30 = 60$ 가지

(1, 3, 3, 1)일 때, 6가지

(ii) 숫자 1이 적힌 카드 사이에 4개 카드가 들어가는 경우

(1, 2, 2, 2, 2, 1)일 때, 12가지

(1, 2, 2, 2, 3, 1)일 때, $4 \times 12 = 48$ 가지

(1, 2, 2, 3, 3, 1)일 때, $6 \times 4 = 24$ 가지

(iii) 숫자 1이 적힌 카드 사이에 6개 카드가 들어가는 경우

(1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1)일 때, $6 \times 2 = 12$ 가지

(1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 1)일 때, $15 \times 2 = 30$ 가지

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 경우의 수는 252

[연구진]

강태욱	김 수	김주현	박수정	신다영	우형석	이용우	전재민	조민구	최승호
고동섭	김수현	김 진	박은희	신성철	유창완	이윤구	정경섭	조민승	최유택
권기현	김양호	김하현	박종혁	신재훈	유혜지	이태인	정미선	조예솔	최재혁
김강현	김옥경	김한국	박지혜	신지현	윤혜영	이한빈	정성윤	조장호	추명지
김다영	김용혁	김현이	박지희	안병태	이선영	이현정	정영아	조찬중	한문수
김민지	김용환	문소정	박창호	엄시온	이성은	이혜경	정장현	주승호	한재인
김선갑	김재연	문재웅	배서연	엄유빈	이성주	이희정	정지호	차수욱	현혜수
김성민	김정민	박규동	배용제	연아영	이승목	임기호	정진형	채종원	홍성화
김성민	김정석	박명훈	배한울	오장교	이승민	임승진	정하윤	천유현	황정희
김성주	김종용	박선현	석명숙	우도현	이승원	장태원	정희재	최백화	





감겨 있는
수학의 눈을
번쩍
뜨이게 하는
공양미
삼백제

